Einführung in die Informationsfusion
Übungsblatt 1

J. Sander, Dr. M. Heizmann
Institut für Anthropomatik
Lehrstuhl für Interaktive Echtzeitsysteme
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Wintersemester 2013/2014

1 Wahrscheinlichkeitsrechnung

1.1 Stochastische Unabhängigkeit

Es seien A und B zwei Ereignisse auf einem Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, Pr).

Zeigen Sie: Sind A und B unabhängig, so auch

a) A und $\bar{B}$

b) $\bar{A}$ und B

c) $\bar{A}$ und $\bar{B}$.

Dabei bezeichnen $\bar{A} := \Omega \setminus A$ und $\bar{B} := \Omega \setminus B$ die zu A und B komplementären Ereignisse.

1.2 Stochastische Unabhängigkeit

Wir betrachten für das Werfen zweier (fairer) Würfel die folgenden Ereignisse:

- A: Würfel 1 zeigt eine ungerade Augenzahl
- B: Würfel 2 zeigt eine ungerade Augenzahl
- C: die Augensumme (beider Würfel) ist ungerade.

Sind die Ereignisse A, B und C stochastisch unabhängig?

1.3 Bedingte Wahrscheinlichkeit

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit 2 (fairen) Würfeln die Augensumme 6 zu würfeln?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit 2 (fairen) Würfeln die Augensumme 6 zu würfeln unter der Bedingung, dass mindestens einer der beiden Würfeln eine gerade Augenzahl zeigt?

1.4 Kenngrößen von Verteilungen

Die Zufallsvariable X gebe die Augensumme beim Werfen zweier (fairer) Würfel an. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion, die kumulative Verteilungsfunktion sowie den Erwartungswert von X.

1.5 Kenngrößen von Verteilungen

a) Es gelte $\alpha > 0$. Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ \beta \cdot \exp(-\alpha x) & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$$

nur für den Fall $\beta = \alpha$ eine Verteilungsdichtefunktion sein kann.

b) Es gelte $\alpha = \beta$. Die Zufallsvariable X besitze die Verteilungsdichtefunktion $f(x)$. Berechnen sie den Erwartungswert und die Varianz von X.

1.6 Formel von Bayes

Von den eingehenden E-Mails eines E-Mail Accounts sind 25 Prozent geschäftlich und 5 Prozent privat. Die restlichen E-Mails sind Spam.
90 Prozent aller Spam-Mails und 1 Prozent aller anderen E-Mails enthalten das Wort FREE.
Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine eingehende E-Mail, die das Wort FREE enthält, Spam ist?